

自然数 n に対して

$$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{2n} dx$$

とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n で表せ。
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$ を求めよ。

(北海道大)