

a, b, c, d を実数とし, 行列

$$A = \begin{pmatrix} a & 2a \\ b & 2b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} c & -3c \\ d & -3d \end{pmatrix}$$

は $A + B = E$ を満たすものとする。ただし, E は単位行列である。このとき次の問いに答えよ。

(a) a と b の値はそれぞれ $a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$, $b = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(b) $A^2, B^2, AB + BA$ はそれぞれ

$$A^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}} \begin{pmatrix} \boxed{\text{セ}} & \boxed{\text{ソ}} \\ \boxed{\text{タ}} & \boxed{\text{チ}} \end{pmatrix}, \quad B^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ツ}}} \begin{pmatrix} \boxed{\text{テ}} & -\boxed{\text{ト}} \\ -\boxed{\text{ナ}} & \boxed{\text{ニ}} \end{pmatrix}, \quad AB + BA = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ヌ}} & \boxed{\text{ネ}} \\ \boxed{\text{ノ}} & \boxed{\text{ハ}} \end{pmatrix}$$

である。

(c) $M = \frac{1}{3}A - \frac{1}{2}B$ とし, 自然数 n に対して $M^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおく。このとき

$$\sum_{n=1}^{\infty} p_n = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}} \text{ である。}$$

(東京理科大)