

O を原点とする座標平面上の曲線

$$C: y = \frac{1}{2}x + \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + 2}$$

と、その上の相異なる 2 点  $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$  を考える。

- (1)  $P_i (i=1, 2)$  を通る  $x$  軸に平行な直線と、直線  $y=x$  との交点を、それぞれ  $H_i (i=1, 2)$  とする。このとき  $\triangle OP_1H_1$  と  $\triangle OP_2H_2$  の面積は等しいことを示せ。
- (2)  $x_1 < x_2$  とする。このとき  $C$  の  $x_1 \leq x \leq x_2$  の範囲にある部分と、線分  $P_1O, P_2O$  とで囲まれる図形の面積を  $y_1, y_2$  を用いて表せ。

(東京大)