

θ を $0 < \theta < \frac{2\pi}{3}$ の範囲にある実数とし、空間の 4 点 O, A, B, C が、 $OA = OB = OC = 1$

かつ $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = \theta$ をみたすとする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) $\triangle ABC$ の重心を G とするとき、 AG と OG をそれぞれ θ で表せ。

(2) θ を動かしたとき、 O, A, B, C を頂点とする四面体の体積の最大値を求めよ。

(東北大)